สุดประไทย บุพศิริ. 2554. ผลเฉลยแบบอ่อนของสมการเชิงประกอบของตัวดำเนินการบางตัวที่เกี่ยวข้องกับตัวดำเนินการลาปลาซ
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
ที่ปรึกษาโครงการวิจัย : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. คำสิงห์ นนเลาพล

บทคัดย่อ

ในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษาสมการเชิงประกอบลาปลาซซึ่งอยู่ในรูป

$$\sum_{r=0}^{m} C_r \Delta^r u(x) = f(x)$$

โดยที่ Δ^r เป็นตัวดำเนินการลาปลาซกระทำซ้ำกัน r ครั้ง $f(x)$ เป็นฟังก์ชันวางนัยทั่วไป $u(x)$ เป็นฟังก์ชันไม่ทราบค่า $x \in \mathbb{R}^n$ และ C_r เป็นค่าคงตัว จะได้ว่า

$$u(x) = f(x) * R_{2m}^e(x) * \left((-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x)\right)^{*-1}$$

โดยที่

$$w(x) = (-1)^{m-1} C_{m-1} + (-1)^{m-2} C_{m-2} \frac{V}{2(n-4)} + (-1)^{m-3} C_{m-3} \frac{V^2}{2\cdot 4(n-4)(n-6)} + \cdots$$

$$+ C_0 \frac{V^{m-1}}{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2(m-1)(n-4)(n-6)\cdots(n-2m)}$$

และ V นิยามในสมการ (2.1) และ $\left((-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x)\right)^{*-1}$ เป็นตัวผกผันของ

$$\left((-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x)\right)$$

นอกจากนี้ยังขยายแนวคิดศึกษาสมการเชิงประกอบที่สัมพันธ์กับตัวดำเนินการลาปลาซซึ่งอยู่ในรูป

$$\sum_{r=0}^{m} C_r \Delta_c^r u(x) = f(x)$$

โดยที่ Δ_c^r เป็นตัวดำเนินที่สัมพันธ์กับตัวดำเนินการการลาปลาซกระทำซ้ำกัน r ครั้ง $f(x)$ เป็นฟังก์ชันวางนัยทั่วไป $u(x)$ เป็นฟังก์ชันไม่ทราบค่า $x \in \mathbb{R}^n$ และ C_r เป็นค่าคงตัว จะได้ว่า

$$u(x) = f(x) * R_{2m,c}^e(x) * \left((-1)^m C_m R_{0,c}^e(x) + w(x) R_{2,c}^e(x)\right)^{*-1}$$

โดยที่

$$w(x)=(-1)^{m-1}C_{m-1}+(-1)^{m-2}C_{m-2}\frac{V}{2(n-4)}+(-1)^{m-3}C_{m-3}\frac{V^2}{2\cdot 4(n-4)(n-6)}+\cdots$$

$$+C_0\frac{V^{m-1}}{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2(m-1)(n-4)(n-6)\cdots(n-2m)}$$

และ V นิยามในสมการ (2.4) และ $\left((-1)^m C_m R_0^e(x)+w(x)R_{2,c}^e(x)\right)^{*-1}$ เป็นตัวผกผันของ

$$\left((-1)^m C_m R_0^e(x)+w(x)R_{2,c}^e(x)\right)$$

ต่อมาได้ศึกษาสมการเชิงประกอบลาปลาซเบสเซิลซึ่งอยู่ในรูป

$$\sum_{r=0}^{m} C_r \Delta_B^r u(x)= f(x)$$

โดยที่ Δ_B^r เป็นตัวดำเนินการลาปลาซเบสเซิลกระทำซ้ำกัน r ครั้ง $f(x)$ เป็นฟังก์ชันวางนัยทั่วไป $u(x)$ เป็นฟังก์ชันไม่ทราบค่า $x\in \mathrm{R}_n^+$ และ C_r เป็นค่าคงตัว จะได้ว่า

$$u(x)= f(x)*R_{2m}(x)*\left((-1)^m C_m R_0(x)+w(x)R_2(x)\right)^{*-1}$$

โดยที่

$$w(x)=(-1)^{m-1}C_{m-1}+(-1)^{m-2}C_{m-2}\frac{V}{16(n+2|v|-4)}+(-1)^{m-3}C_{m-3}\frac{V^2}{16\cdot 32(n+2|v|-4)(n+2|v|-6)}$$

$$\cdots+C_0\frac{V^{m-1}}{16\cdot 32\cdot 64\cdots 16(m-1)(n+2|v|-4)(n+2|v|-6)\cdots(n+2|v|-2m)}$$

และ V นิยามในสมการ (2.7) และ $\left((-1)^m C_m R_0(x)+w(x)R_2(x)\right)^{*-1}$ เป็นตัวผกผัน ของ $\left((-1)^m C_m R_0(x)+w(x)R_2(x)\right)$

Sudprathai Bupasiri. 2011. The Weak Solution of Compound Equation of some Operator Related to the Laplace Operator.
Faculty of Education in Mathematics Program, Sakon Nakhon Rajabhat University.
Project Advisor : Asst. Prof. Dr. Kamsing Nonlaopon.

Abstract

In this project, we study the compound Laplace equation of the form

$$\sum_{r=0}^{m} C_r \Delta^r u(x) = f(x),$$

where Δ^r is Laplace operator iterated r-times, $f(x)$ is a generalized function, $u(x)$ is an unknown function, $x \in \mathbb{R}^n$ and C_r is a constant, we obtain the weak solution

$$u(x) = f(x) * R_{2m}^e(x) * \left((-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x)\right)^{*-1} \quad ,$$

where

$$w(x) = (-1)^{m-1} C_{m-1} + (-1)^{m-2} C_{m-2} \frac{V}{2(n-4)} + (-1)^{m-3} C_{m-3} \frac{V^2}{2 \cdot 4 (n-4)(n-6)} + \cdots$$

$$+ C_0 \frac{V^{m-1}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2(m-1)(n-4)(n-6) \cdots (n-2m)}$$

and V defined by (2.1) and $\left((-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x)\right)^{*-1}$ is an inverse of

$$\left((-1)^m C_m R_0^e(x) + w(x) R_2^e(x)\right).$$

Moreover, we study the compound equation related to the Laplace operator of the form

$$\sum_{r=0}^{m} C_r \Delta_c^r u(x) = f(x),$$

where Δ_c^r is the operator related to the Laplace operator, iterated r-times, $f(x)$ is a generalized function, $u(x)$ is an unknown function, $x \in \mathbb{R}^n$ and C_r is a constant, we obtain the weak solution

$$u(x) = f(x) * R^e_{2m,c}(x) * \left((-1)^m C_m R^e_{0,c}(x) + w(x) R^e_{2,c}(x)\right)^{*-1},$$

where

$$w(x) = (-1)^{m-1} C_{m-1} + (-1)^{m-2} C_{m-2} \frac{V}{2(n-4)} + (-1)^{m-3} C_{m-3} \frac{V^2}{2 \cdot 4(n-4)(n-6)} + \cdots$$

$$+ C_0 \frac{V^{m-1}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2(m-1)(n-4)(n-6)\cdots(n-2m)}$$

and V defined by (2.4) and $\left((-1)^m C_m R^e_0(x) + w(x) R^e_{2,c}(x)\right)^{*-1}$ is an inverse of

$$\left((-1)^m C_m R^e_0(x) + w(x) R^e_{2,c}(x)\right).$$

Later, we study the compound Laplace Bessel equation

$$\sum_{r=0}^{m} C_r \Delta_B^r u(x) = f(x),$$

where Δ_B^r is the Laplace-Bessel operator, iterated r-times, $f(x)$ is a generalized function, $u(x)$ is an unknown function, $u(x)$, $x \in \mathbb{R}_n^+$ and C_r is a constant, we obtain the weak solution

$$u(x) = f(x) * R_{2m}(x) * \left((-1)^m C_m R_0(x) + w(x) R_2(x)\right)^{*-1},$$

where

$$w(x) = (-1)^{m-1} C_{m-1} + (-1)^{m-2} C_{m-2} \frac{V}{16(n+2|v|-4)} + (-1)^{m-3} C_{m-3} \frac{V^2}{16 \cdot 32(n+2|v|-4)(n+2|v|-6)}$$

$$\cdots + C_0 \frac{V^{m-1}}{16 \cdot 32 \cdot 64 \cdots 16(m-1)(n+2|v|-4)(n+2|v|-6)\cdots(n+2|v|-2m)}$$

And V defined by (2.7) and $\left((-1)^m C_m R_0(x) + w(x) R_2(x)\right)^{*-1}$ is an inverse of $\left((-1)^m C_m R_0(x) + w(x) R_2(x)\right)$