

สุดประไทย บุพศิริ. 2556. ผลเฉลยมูลฐานของตัวดำเนินการบางตัวที่สัมพันธ์กับตัวดำเนินการไดมอนด์
และเบสเซลไดมอนด์

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร

ที่ปรึกษาโครงการวิจัย : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. คำสิงห์ นนท์เลาพล

บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้ จะเป็นการหาผลเฉลยมูลฐานของตัวดำเนินการ กระทำซ้ำกัน k ครั้ง ซึ่งนิยามโดย

$$\diamond_m^k = \left[\left(\sum_{i=1}^p \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{m^2}{2} \right)^2 - \left(\sum_{j=p+1}^{p+q} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} - \frac{m^2}{2} \right)^2 \right]^k$$

โดยที่ m เป็นจำนวนจริงบวกและ n เป็นมิติของปริภูมิยูคลิเดียน $\mathbb{R}^n$, $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ และ k เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ ก่อนอื่นจะทำการหาผลเฉลยมูลฐานของตัวดำเนินการ $\diamond_m^k$ นอกจากนี้ตัวดำเนินการ $\diamond_m^k$ ยังสัมพันธ์กับตัวดำเนินการลาปลาซ Δ^k และตัวดำเนินการอัลตราไฮเพอร์โบลิก คลิน กอร์ดอน

$(\square + m^2)^k$ จากนั้นจะทำการประยุกต์ผลเฉลยมูลฐานของสมการ $\diamond_m^k G(x) = f(x)$ โดยที่ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันวงนัยทั่วไปและ $G(x)$ เป็นฟังก์ชันไม่ทราบค่า สำหรับ $x \in \mathbb{R}^n$

นอกจากนี้ยังขยายแนวคิด ศึกษาผลเฉลยมูลฐานของตัวดำเนินการ $\diamond_{B,m}^k$ ซึ่งนิยามโดย

$$\diamond_{B,m}^k = \left[\left(\sum_{i=1}^p B_{x_i} + \frac{m^2}{2} \right)^2 - \left(\sum_{j=p+1}^{p+q} B_{x_j} - \frac{m^2}{2} \right)^2 \right]^k, \text{ สำหรับ } p+q=n$$

โดยที่ k เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ m เป็นจำนวนจริงบวก n เป็นมิติของปริภูมิ $\mathbb{R}_n^+$ สำหรับ

$$x \in \mathbb{R}_n^+ = \{x = (x_1, \dots, x_n) : x_1 > 0, \dots, x_n > 0\}, B_{x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{2v_i}{x_i} \frac{\partial}{\partial x_i}, 2v_i = 2\alpha_i + 1, \alpha_i > -\frac{1}{2}$$

และ

$$\diamond_{m,c}^k = \left[\left(\frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^p \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{m^2}{2} \right)^2 - \left(\sum_{j=p+1}^{p+q} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} - \frac{m^2}{2} \right)^2 \right]^k \text{ สำหรับ } p+q=n,$$

โดยที่ c เป็นจำนวนจริงบวก, n เป็นมิติของปริภูมิ $\mathbb{R}^n$ สำหรับ $x \in \mathbb{R}^n$

Sudprathai Bupasiri. 2013. The Elementary Solution of Some Operator Related to the Diamond Operator and Bessel-Diamond Operator.
 Faculty of Education in Mathematics Program, Sakon Nakhon Rajabhat University.
 Project Advisor : Asst. Prof. Dr. Kamsing Nonlaopon.

Abstract

In this project, we study the elementary solution of the operator $\diamond_m^k$ which is iterated k -times and is defined by

$$\diamond_m^k = \left[\left(\sum_{i=1}^p \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{m^2}{2} \right)^2 - \left(\sum_{j=p+1}^{p+q} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} - \frac{m^2}{2} \right)^2 \right]^k$$

,where m is a positive real number and $p+q=n$ is the dimension of the n -dimensional Euclidean space $\mathbf{R}^n$, $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$ and k is a nonnegative integer. At first, we study the elementary solution of the operator $\diamond_m^k$. Moreover, the operator $\diamond_m^k$ can be related to the Laplace operator Δ^k and the ultra-hyperbolic operator $(\square + m^2)^k$, and also we obtain the elementary solutions of such operators. We also apply such the elementary solution to obtain the solution of the equation $\diamond_m^k G(x) = f(x)$, where $f(x)$ is a generalized function and $G(x)$ is an unknown function for $x \in \mathbf{R}^n$.

Moreover, we study the elementary solution of the operator $\diamond_{B,m}^k$ and $\diamond_{m,c}^k$ are defined by

$$\diamond_{B,m}^k = \left[\left(\sum_{i=1}^p B_{x_i} + \frac{m^2}{2} \right)^2 - \left(\sum_{j=p+1}^{p+q} B_{x_j} - \frac{m^2}{2} \right)^2 \right]^k, \quad p+q=n$$

where n -dimensional Euclidean space $\mathbf{R}_n^+$ for $x \in \mathbf{R}_n^+ = \{x = (x_1, \dots, x_n) : x_1 > 0, \dots, x_n > 0\}$,

$$B_{x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{2v_i}{x_i} \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad 2v_i = 2\alpha_i + 1, \quad \alpha_i > -\frac{1}{2}$$

and

$$\diamond_{m,c}^k = \left[\left(\frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^p \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{m^2}{2} \right)^2 - \left(\sum_{j=p+1}^{p+q} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} - \frac{m^2}{2} \right)^2 \right]^k, \quad p+q=n,$$

where c is a positive real number, n – dimensional Euclidean space $\mathbf{R}^n$ for $x \in \mathbf{R}^n$.